

3 (2) 既習内容を基にしなが、数量や図形についての性質を見出したり見直したりする力の育成
「図形に着目して導かれた数学的な結果を事象に即して解釈させる」

1 さくらさんのクラスで「学校の校庭にある大きなスギの木の高さはどれくらいなのか？」と話題になりました。さくらさんは、木を切らないで、木の高さを知る方法がないかを調べました。木の高さの調べ方は次のようになっていました。

【用意するもの】

- ・ 巻尺
- ・ 大きな直角二等辺三角形の定規
- ・ ひも (20~30m 程度)

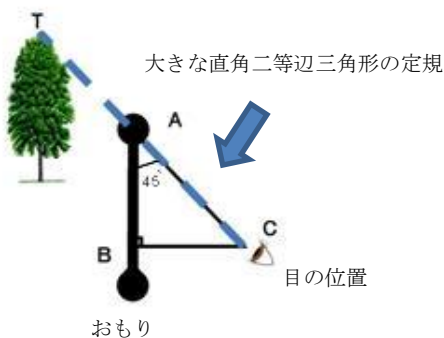
【留意点】

木と人は地面に対して垂直に立っていると考える。つまり、 $TF \perp EF$, $CE \perp EF$, $\angle TDC = 90^\circ$ である。

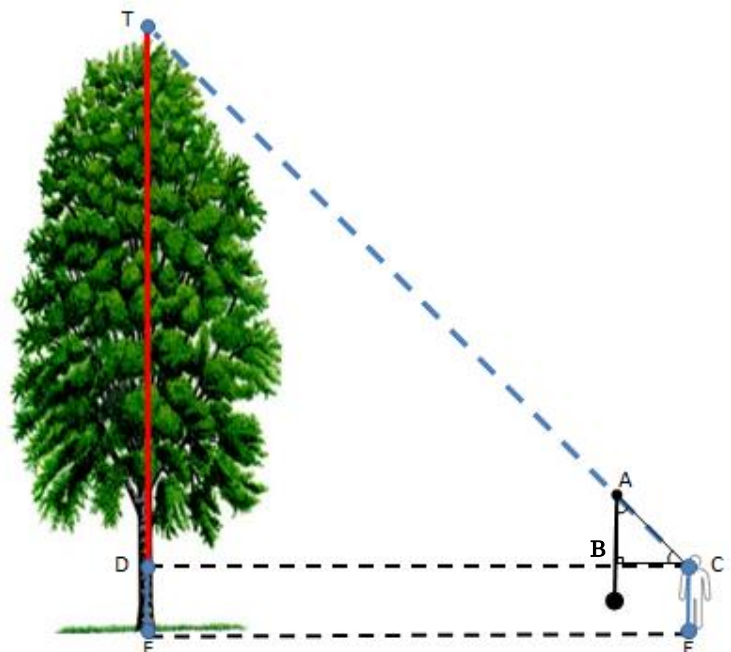
【木の高さの調べ方】

- ① 大きな直角二等辺三角形の定規の45度の角度のところにおもりをつけたひもをセットする。(図1)
- ② 重りが大きな直角二等辺三角形の定規の辺ABにそってぶらさがるように定規をもつ。定規の辺ACの延長線上にスギの木の頂点Tが見える位置に移動する。(図2)
- ③ さがった位置からスギの木までの距離であるEFを巻尺で測る。(図2)
- ④ その距離に、測った人の目の高さであるCEをプラスする。それがスギの木の高さになる。(図2)

(図1) 三角定規をセットして、辺ACから木の頂点を見た状態



(図2) スギの木の高さを図っている状態



次の(1)から(3)までの各問い答えなさい。

(1) 目の高さCEが1.4m、EFの長さが8.6mであるとき、前ページの【木の高さの調べ方】にしたがって、木の高さAFを求めなさい。

(2) 【木の高さの調べ方】の④のようになるのは、図2のCEをDFに、CDをEFに置き換えているからです。そのようにしてよいのは、四角形CDFEが長方形だからです。ここで用いられている長方形の性質について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 長方形の対角線の長さは等しい。

イ 長方形の4つの角はすべて直角である。

ウ 長方形の2組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。

エ 長方形の2組の向かい合う辺の長さはそれぞれ等しい。

(3) 木の高さの調べ方では、CDの長さを直接測る代わりに、下のような方法を用いて、CDの長さを求めるようにしています。

長方形の性質を用いて、CDの長さをEFの長さに置き換える。

TDについてもその長さを直接測る代わりに、【木の高さの調べ方】の②で、 $\triangle TCD$ の $\angle TCD$ を 45° にすることによって、TDの長さを求められるようにしています。その方法を、上の のように説明しなさい。

の性質を用いて

に置き換える。

解答

(1) 10

(2) エ

(3) 二等辺三角形の性質を用いて、TDの長さをCDの長さに置き換える。

中学校数学 問題例

【対象 第2学年 作図】

1 (2) 「筋道を立てて考えたり振り返って考えたりする力」

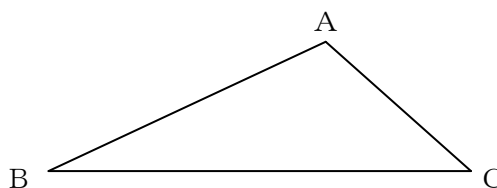
② 証明や説明を振り返ることで、新しい性質を見出させる

1 太郎さんと花子さんは次の①②の条件を満たす点Pの作図を考えました。次の(1)から(3)の各問いに答えなさい。

[条件]

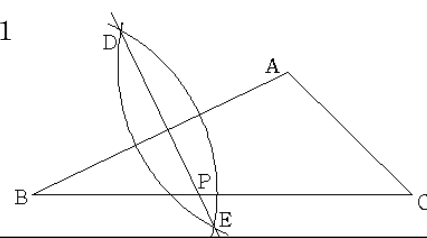
① 点Pは辺BC上にある

② $\angle APC = 2\angle ABC$



(1) 太郎さんは図1のように作図し、この作図が $\angle APC = 2\angle ABC$ になることを証明しました。下のア～エにあてはまる言葉を書き入れ、証明を完成させなさい。

図1



辺ABの両端から等しい半径の円をかき、DとEを結んだ直線と辺BCの交点をPとする。

【太郎さんが考えた証明】

線分ABの(ア)の作図をすると

直線DE上にある点Pは2点A,Bから(イ)にあるから

$PA = PB$

(ウ)が等しい

よって $\triangle ABP$ は二等辺三角形である

二等辺三角形の底角は等しいので $\angle ABP = \angle BAP \dots \textcircled{1}$

$\angle APC$ は $\triangle ABP$ の外角だから $\angle APC = \angle ABP + \angle BAP \dots \textcircled{2}$

①, ②より $\angle APC = 2\angle ABC$ になる。

ア

イ

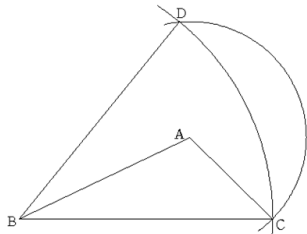
ウ

(2) 花子さんは次の手順1, 2で作図しようと考えました。

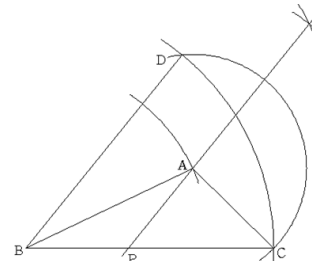
【手順1】 点 B を中心とする半径 BC の円と、点 A を中心とする半径 AC の円との交点を D とし、線分 DB をひく。

【手順2】 点 A を通り、DB と平行な直線をひき、辺 BC との交点 P とする。

手順 1



手順 2



作図の手順 1 では、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABD$ が合同にであることがわかります。ここで用いられる合同条件を、下のア～エから 1 つ選びなさい。

- ア 3 組の辺が、それぞれ等しい。
- イ 2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。
- ウ 1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。

(3) 花子さんは、この作図が $\angle APC = 2 \angle ABC$ になること下のよう
に証明しました。下の □ をうめ、証明を完成させなさい。

【花子さんが考えた証明】

$\triangle ABC \equiv \triangle ABD$ から

よって $\triangle ABP$ は二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから $\angle ABP = \angle BAP \dots \textcircled{3}$

$\angle APC$ は $\triangle ABP$ の外角だから $\angle APC = \angle ABP + \angle BAP \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ より $\angle APC = 2 \angle ABC$ になる。

解答

(1) 垂直二等分線

等しい距離 (等距離)

2 辺

(2) ア

(3) $\triangle ABC \equiv \triangle ABD$ から

$$\angle ABD = \angle ABC \dots \textcircled{1}$$

$BD \parallel AP$ より錯角が等しいので

$$\angle ABD = \angle PAB \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2} \text{より } \angle ABC = \angle PAB$$

2 角が等しいので

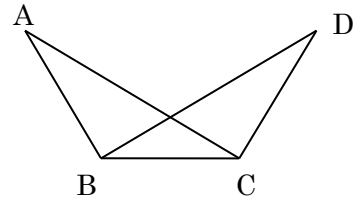
$\triangle ABP$ は二等辺三角形である。

3 (2) 「既習内容を基にしながら、数量や図形についての性質を見いだしたり見直したりする力」

1 翔太さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように $AB=DC$, $AC=DB$ のとき、
 $\angle BAC = \angle CDB$ になります。
 このことを証明しなさい。



翔太さんは、証明の方針を下のようにまとめました。

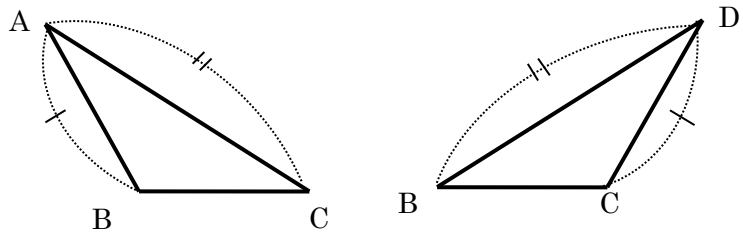
翔太さんの証明の方針



1 $\angle BAC = \angle CDB$ を証明するためには、 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を示せばよい。

2 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ を見やすくするために、下のように2つの図に分ければよい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ の辺や角について、等しいものがわかるものを探せばよい。
 仮定から $AB=DC$, $AC=DB$ がわかっている。



3 2 を使うと $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ が示せそうだ。

(1) 翔太さんの方針にあるように、 $\angle BAC = \angle CDB$ を証明するために $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を示せばよいのは、合同な図形のどのような性質からですか。下のアからエから、正しいものを1つ選びなさい。

- ア 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
- イ 合同な図形の対応する角の大きさは等しいから
- ウ 合同な図形の対応する面積は等しいから
- エ 合同な図形の対応する周の長さは等しいから

(2) 翔太さんの証明の方針にもとづいて $\angle BAC = \angle CDB$ となることを証明しなさい。

【証明】

【解答】

1

(1) イ

(2) 【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

仮定から

$$AB=DC\cdots①$$

$$AC=DB\cdots②$$

共通な辺だから

$$BC=CB\cdots③$$

①②③より、3組の辺がそれぞれ等しい

よって $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

ゆえに $\angle BAC = \angle CDB$

3 (1) 「数量や図形について実感を伴って意味理解し、的確に処理する力」

1 $\angle XOY$ の二等分線は、次の手順 1, 2, 3 で図 1 のように作図することができます。

<p>手順① 頂点 O を中心とする円をかき、辺 OX、OY との交点を点 A、点 B とする。</p> <p>手順② 点 A、点 B を中心として等しい円をかき、その交点を点 C とする。</p> <p>手順③ 点 O と点 C を通る直線をひく。</p>	<p>図 1</p>
---	------------

次の (1) ~ (3) までの各問いに答えなさい。

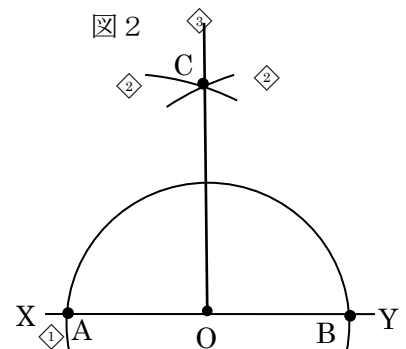
(1) 図 1 の点 O 、 A 、 C 、 B を順に結ぶと四角形 $OACB$ ができます。この四角形 $OACB$ を、直線 OC を折り目として折ったとき、点 B が重なるのはどの点ですか。その点の記号を書きなさい。

(2) 図 1 の直線 OC が $\angle XOY$ の二等分線であることを示すために、 $\angle AOC = \angle BOC$ を証明します。手順①から $OA = OB$ 、手順②から $AC = BC$ となることが分かります。これらをもとに、 $\triangle ACO \equiv \triangle BCO$ を示し、下の証明を完成しなさい。

<p>【証明】</p> <p>$\triangle ACO$ と $\triangle BCO$ において</p> <div style="border: 1px dotted black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p>合同な三角形の対応する角は等しいから、 $\angle AOC = \angle BOC$ したがって、直線 OC は $\angle XOY$ の二等分線である。</p>	
---	--

(3) 直線 XY 上にある点 O を通る垂線の作図は上の手順①②③で図 2 のように作図することができます。このように作図できるのは、点 A 、 C 、 B を結んでできる図形がどちらの場合もある性質をもつ図形だからです。その図形の特徴は何か答えなさい。

直線[]を対称の軸とする[]な図形だから



【解答】

1

(1) 点 A

(2) 手順◇より $OA=OB$ …①

手順◇より $AC=BC$ …②

共通の辺より $OC=OC$ …③

①②③から、3組の辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle ACO \equiv \triangle BCO$$

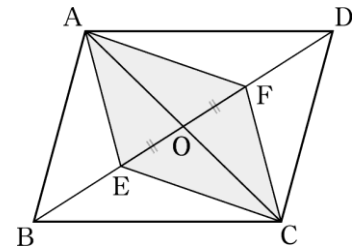
(3) OC、線対称

- 1 (2) 筋道を立てて考えたり振り返って考えたりする力の育成
「証明や説明を振り返ることで、新しい性質を見出させる」

1 礼子さんは、次の問題に挑戦しています。

問題

右の図のように、平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、線分 OB、OD 上に $OE=OF$ となる点 E、F をそれぞれとります。このとき、 $AE=CF$ となることを証明しなさい。



次の (1)、(2) の各問いに答えなさい。

- (1) 礼子さんは、次のような**証明の方針 1**を立てました。この**証明の方針 1**にもとづいて、 $AE=CF$ となることを証明することができます。

証明の方針 1

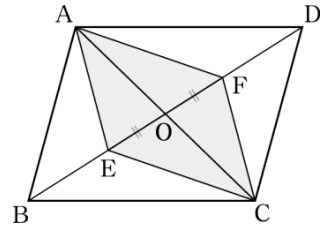
- ① $AE=CF$ を証明するためには、 $\triangle AEO \equiv \triangle CFO$ を示せばよい。
- ② $\triangle AEO \equiv \triangle CFO$ を示すには、 $\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ の辺や角について等しいことが分かるものを探せばよい。
- ③ 仮定から $EO=FO$ が分かっている。平行四辺形 ABCD の性質から $AO=CO$ も分かる。これらを使うと、 $\triangle AEO \equiv \triangle CFO$ が示せそうだ。

この**証明の方針 1**にもとづいて、 $AE=CF$ となることを証明しなさい。

証明

(2) 礼子さんは、問題を「 $AE=CF$ となる」を「四角形 $AECF$ は平行四辺形となる」に変えても証明できることに気づきました。

そこで、次のような**証明の方針 2**を立てて証明することにしました。



証明の方針 2

- ① 四角形 $AECF$ が平行四辺形であることを示すためには平行四辺形になるための条件のどれが利用できるかを考えればよい。
- ② 仮定から $EO=FO$ が分かっている。
平行四辺形 $ABCD$ の性質から $AO=CO$ も分かる。
- ③ 四角形 $AECF$ が平行四辺形であることは、
 ことから示せそうだ。

証明の方針 2 の に当てはまることながら、下のアからエまでの中にあります。正しいものを 1 つ選びなさい。

- ア 対角線の長さが等しい。
- イ 対角線が垂直に交わる。
- ウ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- エ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい。

解答

(1)

$\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ において

仮定より $EO = FO$ …①

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$AO = CO$ …②

対頂角は等しいので $\angle AOE = \angle COF$ …③

①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AEO \equiv \triangle CFO$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

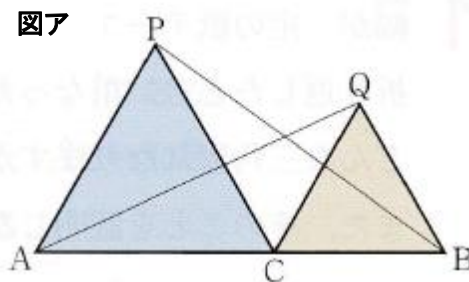
$AE = CF$

(2) ウ

3 (1) 考えの根拠や筋道を明確にして、説明や論述ができるようにする

- 1 右の図アのように、線分AB上に点Cをとり、AC, BCをそれぞれ1辺とする正三角形PAC, QCBを、線分ABについて同じ側につくります。

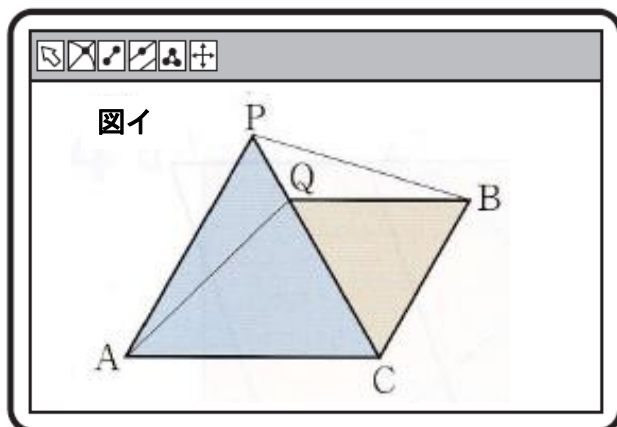
次の(1), (2)の各問いに答えなさい。



図ア

- (1) このとき、 $AQ = PB$ であることを証明しましょう。

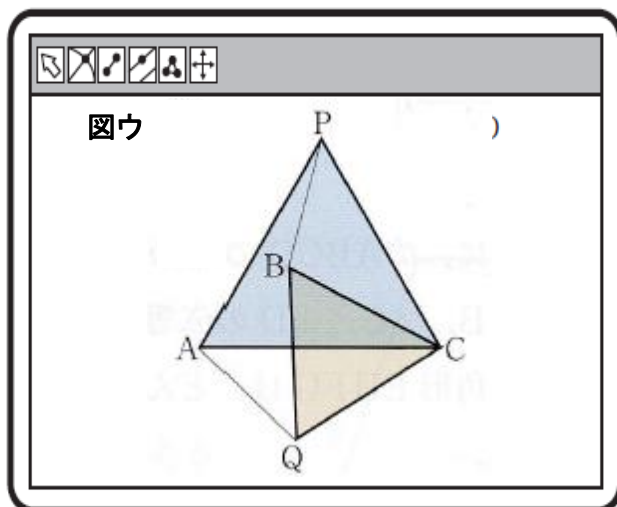
(2) ここで、康平さんと彩香さんは、コンピュータを使って正三角形QCBを、点Cを中心として回転移動させ、いつでも成り立ちそうなことがらについて調べました。



図イ

図イ

正三角形QCBを点Qが正三角形PACの辺PC上にくるまで回転移動させる。



図ウ

図ウ

正三角形QCBを点Qが正三角形PACの内部を通り、辺ACをこえるまで回転移動させる。

二人は、コンピュータの画面上で図形を観察し、正三角形QCBを、点Cを中心として回転移動させたときは、どんなときでも $AQ = PB$ になると予想しました。

図ウの場合について、 $AQ = PB$ であることを証明しなさい。

[解答]

(1)

(証明)

$\triangle ACQ$ と $\triangle PCB$ について

正三角形 PAC より

$$AC = PC \quad \dots \textcircled{1}$$

正三角形 QCB より

$$CQ = CB \quad \dots \textcircled{2}$$

ここで, $\angle ACQ = \angle ACP + \angle PCQ \quad \dots \textcircled{3}$

$$\angle PCB = \angle QCB + \angle PCQ \quad \dots \textcircled{4}$$

また $\angle ACP = \angle QCB = 60^\circ \quad \dots \textcircled{5}$

③, ④, ⑤より

$$\angle ACQ = \angle PCB \quad \dots \textcircled{6}$$

①, ②, ⑥より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ACQ \equiv \triangle PCB$$

ゆえに, 合同な図形では対応する辺の長さは等しいので

$$AQ = PB$$

(2)

(証明) $\triangle ACQ$ と $\triangle PCB$ について

正三角形 PAC より

$$AC = PC \quad \dots \textcircled{1}$$

正三角形 QCB より

$$CQ = CB \quad \dots \textcircled{2}$$

ここで, $\angle ACQ = \angle QCB - \angle ACB \quad \dots \textcircled{3}$

$$\angle PCB = \angle ACP - \angle ACB \quad \dots \textcircled{4}$$

また $\angle QCB = \angle ACP = 60^\circ \quad \dots \textcircled{5}$

③, ④, ⑤より

$$\angle ACQ = \angle PCB \quad \dots \textcircled{6}$$

①, ②, ⑥より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ACQ \equiv \triangle PCB$$

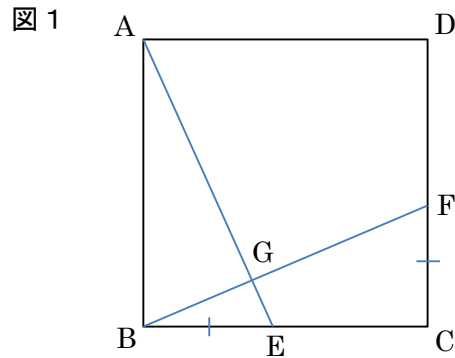
ゆえに, 合同な図形では対応する辺の長さは等しいので

$$AQ = PB$$

3 根拠や筋道を明確に表現する力の育成

(1) 考えの根拠や筋道を明確にして、説明や論述ができるようにする

下の図1のように、正方形 ABCD の辺 BC, CD 上に $BE=CF$ となる点 E, F をそれぞれとります。また、線分 AE と線分 BF の交点を G とします。ただし、点 E は点 B, C と、点 F は点 C, D と重ならないものとします。



次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

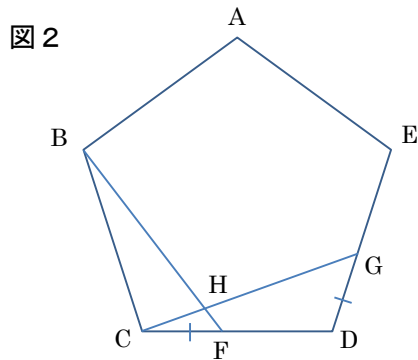
- (1) 上の図1において $\angle BAE = \angle CBF$ となることが証明できます。このことを証明するには、どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいですか。

- (2) $\angle BAE = \angle CBF$ となることを証明しなさい。

(3) $\angle AGF$ の大きさを求めなさい。また、求め方を説明しなさい。

度

(4) 前ページの証明が成り立つことを踏まえて、下の図2は、正方形を正五角形に変えて正方形と同じように点を結んで考えてみた場合についてです。正五角形 $ABCDE$ の辺 CD , DE 上に $CF=DG$ となる点 F , G をそれぞれとります。点 F は辺 CD 上を点 D の方向に、点 G は辺 DE 上を点 E の方向に、 $CF=DG$ の関係を保ったまま動きます。このとき、 $\angle BHG$ の大きさについて正しく述べているものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。



- ア $\angle BHG$ の大きさは、小さくなっていく。
- イ $\angle BHG$ の大きさは、大きくなっていく。
- ウ $\angle BHG$ の大きさは、変わらない。
- エ $\angle BHG$ の大きさは、問題の条件だけでは決まらない。

[解答]

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle BCF$ の合同をいえばよい。

(2) [証明] 例

$\triangle ABE$ と $\triangle BCF$ において

仮定より

$$BE=CF \quad \dots\textcircled{1}$$

正方形の辺はすべて等しいから

$$AB=BC \quad \dots\textcircled{2}$$

正方形の角はすべて等しいから

$$\angle ABE=\angle BCF=90^\circ \quad \dots\textcircled{3}$$

①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$$

合同な図形の対応する角は等しいから

$$\angle BAE=\angle CBF$$

(3) 90 (度)

[説明] 例

$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ より,

合同な図形の対応する角は等しいから

$$\angle BAE=\angle CBF \quad \dots\textcircled{1}$$

正方形の角なので

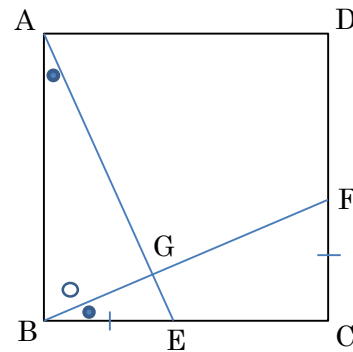
$$\angle ABG+\angle CBF=90^\circ \quad \dots\textcircled{2}$$

①, ②より

$$\angle BAE+\angle ABG=90^\circ \quad \dots\textcircled{3}$$

$\angle AGF$ は $\triangle AGB$ の外角なので, ③より

$$\angle AGF=90^\circ$$

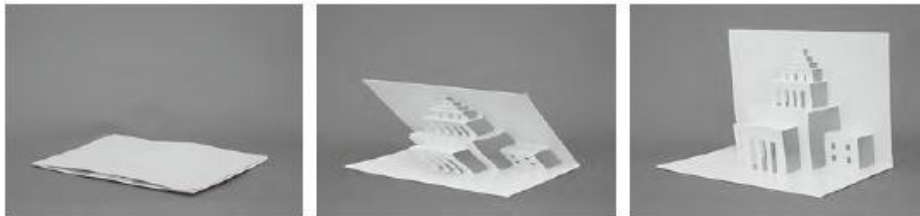


(4) ウ ($\angle BHG=108^\circ$)

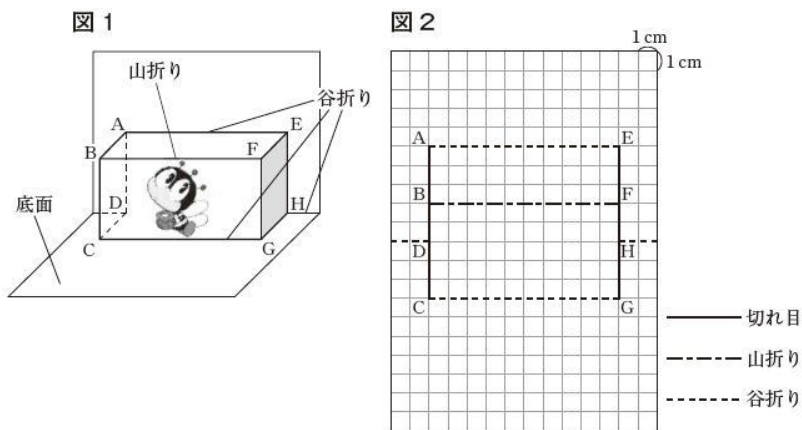
※ (3) を参考にして角度を求めさせ, 求め方も説明させるとよい。

3 (2) 既習内容を基にしなから、数量や図形についての性質を見出したり見直したりする力の育成
「数学的な結果を事象に即して解釈し、問題解決の方法を数学的に説明させる」

1 恵子さんと奈菜さんは、下のようなポップアップカードを見て、その作り方に興味をもちました。ポップアップカードとは、閉じた状態から開くと立体が浮かび上がってくるカードです。

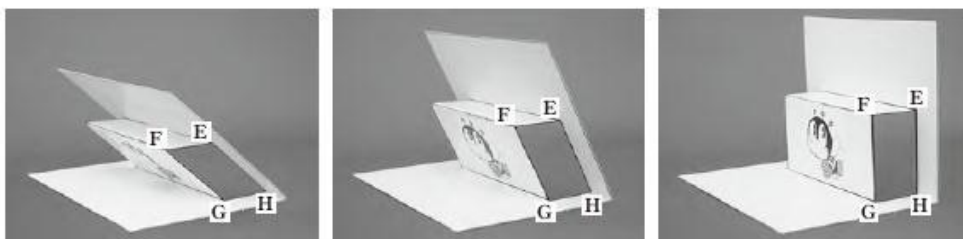


二人はポップアップカードについて調べました。そして、図1のような正面に絵がかける簡単なポップアップカードについて、図2のような設計図を見つけました。



二人は、図2の設計図をもとに作ったカードを図3のように開いていくと、四角形EFGHはいつでも平行四辺形になることに気づきました。また、それによって、カードを 90° に開いたとき、絵をかく面が底面に対して垂直に立つことも分かりました。

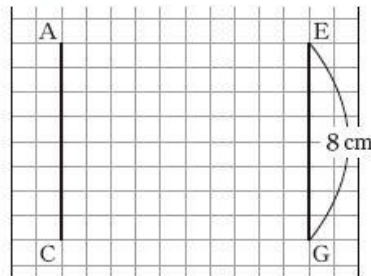
図3



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 恵子さんは、カードを 90° に開いたとき、四角形EFGHがEF:FG=1:3の長方形になる設計図をかきたいと考えました。図4のように、切れ目となるAC、EGの長さを図2と変えないとき、EFの長さを何cmにすればよいですか。その長さを求めなさい。

図4



- (2) 奈菜さんは、折り目のBFを変えると面BCGFの大きさが変えられることに気がつきました。カードを 90° に開いたとき、面BCGFが底面に対して垂直に立つようにするには、カードを開いていくときに四角形EFGHがいつでも平行四辺形でなければなりません。

このとき、点Fの位置を決めれば、点Hの位置も決まり、山折りにする線分BFをひくことができます。点Fを図6のどこにとればよいですか。点Fの位置を決める方法を、平行四辺形になるための条件を用いて説明しなさい。

図5

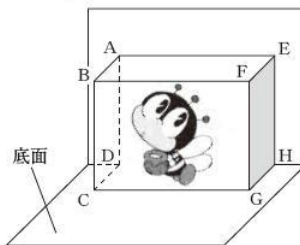
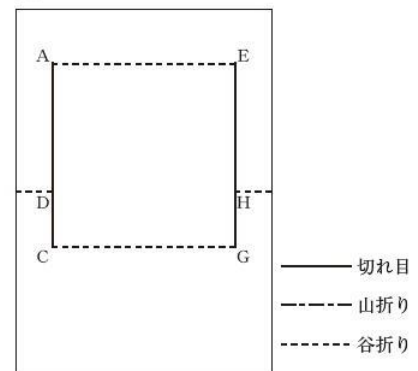


図6



説明

解答

(1) 2 (cm)

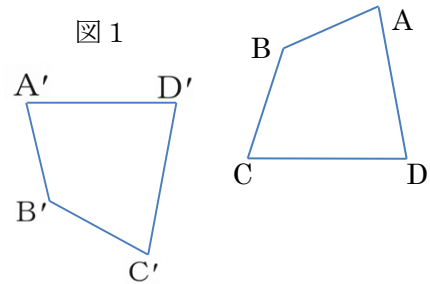
(2) (例)

- 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを用いて、 $EF = GH$ となる位置に点Fと点Hをとる。

3 根拠や筋道を明確に表現する力の育成

(1) 考えの根拠や筋道を明確にして、説明や論述ができるようにする。

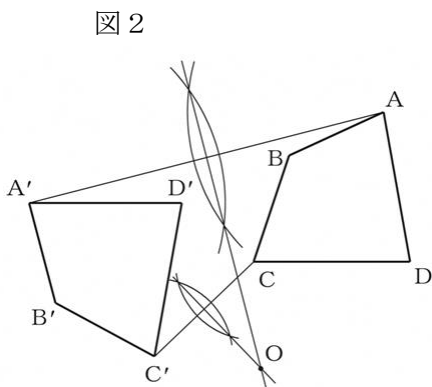
右の図1の四角形 $A'B'C'D'$ は、四角形 $ABCD$ を回転移動したものです。



- (1) 回転移動について、次のことがいえます。
空欄に当てはまる言葉を書きなさい。

回転移動では、対応する点は回転の中心から等しい にあり、
対応する点と回転の中心を結んでできる はすべて等しい。

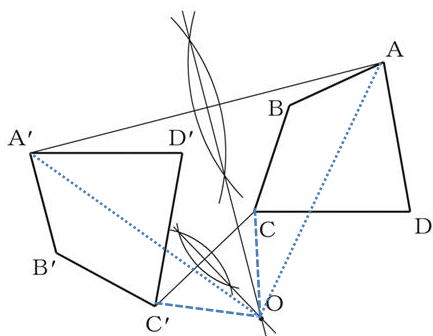
- (2) 翔^{しょう}さんは、図1の2つの四角形の回転の中心を作図しようとしています。
下の図2のように線分 AA' 、 CC' それぞれの垂直二等分線を引き、その交点を O としたとき、 $\angle AOA' = \angle COC'$ であることを証明しなさい。



[証明]

解答

- (1) 距離, 角の大きさ
 (2)



[証明]

$\triangle AOC$ と $\triangle A'OC'$ において

点Oは線分AA'の垂直二等分線上の点なので

AO, A'Oをひくと

$$AO = A'O \dots \dots \textcircled{1}$$

また点Oは線分CC'の垂直二等分線上の点なので

CO, C'Oをひくと

$$CO = C'O \dots \dots \textcircled{2}$$

四角形ABCDと四角形A'B'C'D'は

合同な図形なので $AC = A'C' \dots \dots \textcircled{3}$

①②③より, 3組の辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle AOC \equiv \triangle A'OC'$$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいので

$$\angle AOC = \angle A'OC' \dots \textcircled{4}$$

また

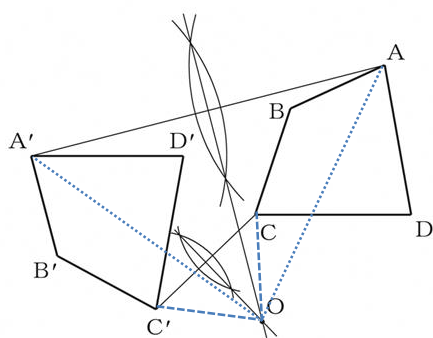
$$\angle AOA' = \angle A'OC + \angle AOC \dots \textcircled{5}$$

$$\angle COC' = \angle A'OC + \angle A'OC' \dots \textcircled{6}$$

よって, ④⑤⑥より

$$\angle AOA' = \angle COC' \text{である}$$

※垂直二等分上の点の性質から, 問題提示の段階で補助線を示した図を提示することも考えられる。



[証明]

$\triangle AOC$ と $\triangle A'OC'$ において

点Oは線分AA'の垂直二等分線上の点なので

$$AO = A'O \dots \dots \textcircled{1}$$

また点Oは線分CC'の垂直二等分線上の点なので

$$CO = C'O \dots \dots \textcircled{2}$$

四角形ABCDと四角形A'B'C'D'は

合同な図形なので $AC = A'C' \dots \dots \textcircled{3}$

①②③より, 3組の辺がそれぞれ等しいので

$$\triangle AOC \equiv \triangle A'OC'$$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいので

$$\angle AOC = \angle A'OC' \dots \textcircled{4}$$

また

$$\angle AOA' = \angle A'OC + \angle AOC \dots \textcircled{5}$$

$$\angle COC' = \angle A'OC + \angle A'OC' \dots \textcircled{6}$$

よって, ④⑤⑥より

$$\angle AOA' = \angle COC' \text{である}$$

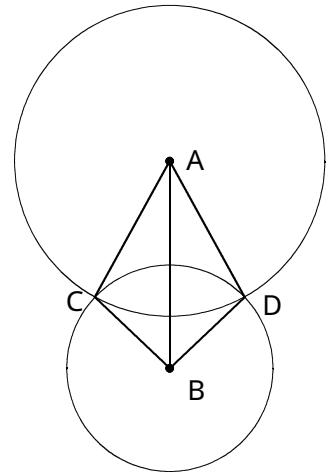
1 (2) 根拠や筋道を明確に表現させる

「筋道を立てて考えたり、振り返って考えたりする力の育成」

証明や説明を振り返ることで、新しい性質を見いださせる。

【問題】

右の図は、半径3 cmの円Aと半径2 cmの円Bが交わっている。その交点をC, Dとしたものである。次の(1)から(3)の各問いに答えなさい。



(1) $\triangle ACB$ $\triangle ADB$ を証明しなさい。

$\triangle ACB$ と $\triangle ADB$ について

(2) さとるくんは、「線分CDを結び、線分ABとの交点をEとすると、線分ABは線分CDの垂直二等分線であること」に気づきました。このことを証明するために、次のような証明をしました。空欄を埋めて証明を完成しなさい。

$\triangle ACE$ と $\triangle ADE$ について
 AEは共通 ……
 半径3 cmの円Aの半径より $AC = AD$ ……
 $\triangle ACB$ $\triangle ADB$ より $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ……

$\underline{\hspace{2cm}}$ から $\triangle ACE$ $\triangle ADE$
 合同なので、 $CE = DE$ …… , $\angle AEC = \angle AED$ ……
 CDは線分なので、 $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$ ……
 より $\angle AED = 90^\circ$ …… と より線分ABは、
 線分CDの垂直二等分線である。

(3) たけしくんは、さとるくんの説明を聞いて、僕なら「(1)の証明の後、定理を使うと簡単に垂直二等分線であることを説明できるよ」と言いました。たけしくんが気づいた定理の内容を答えなさい。

【問題】の解答

(1)

ACBとADBについて

半径3cmの円Aの半径より $AC = AD \dots$

半径2cmの円Bの半径より $CB = DB \dots$

ABは共通 \dots

3辺がそれぞれ等しいから $ACB \cong ADB$

(2)

ACEとADEについて

AEは共通 \dots

半径3cmの円Aの半径より $AC = AD \dots$

ACB \cong ADB より $CAB = DAB$ \dots

2辺とその間の角がそれぞれ等しい より ACE \cong ADE
合同なので、 $CE = DE \dots$, $\angle AEC = \angle AED \dots$ となる。

CDは線分なので、 $\angle CEA + \angle DEA = 180^\circ \dots$ であるから

より $\angle AED = 90^\circ \dots$ である。 と より線分ABは、線分CDの垂直二等分線である。

(3) 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する。